Олимпиада
школьников по математике
«ТИИМ-2023»
Заключительный тур
12 февраля 2023 года
5 класс

▷ **1.** Есть 8 кубиков со стороной 1 см. Сколько различных прямоугольных параллелепипедов можно сложить из этих кубиков? (Используйте все кубики).

Решение:

$$1 \times 1 \times 8,\ 1 \times 2 \times 4, 2 \times 2 \times 2$$

$$8 = 2^3,\ x = 2^\alpha, y = 2^\beta, z = 2^\gamma$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 3, (0, 0, 3)(0, 1, 2)(1, 1, 1)$$

Ответ: 3.

▷ **2.** Даны 3 квадрата. Площадь второго на 40% больше площади первого, а площадь третьего на 40% меньше площади второго. Какой из трёх квадратов самый маленький?

Решение:

Квадрат	Площадь
1	1
2	1,4
3	$0,6 \cdot 1,4 = 0,84$

Ответ: Наименьшая площадь у третьего квадрата.

▷ **3.** За 5 часов катер проходит по течению реки на 20км больше, чем против течения за это же время. Сколько километров проплывёт бревно за 2 часа?

Решение: Пусть x - скорость катера. Тогда y - скорость течения (бревно плывёт со скоростью течения).

$$5(x + y) - 5(x - y) = 20$$

$$10y = 20$$

$$y = 2$$

Значит, скорость течения 2 км/ч, и за 2 часа бревно проплывёт $2 \cdot 2 = 4$.

Ответ: 4.

▷ **4.** В ящике находится 10 пар чёрных перчаток и 5 пар синих одного размера и фасона. Сколько нужно вытянуть перчаток, не глядя, чтобы образовалась пара одноцветных перчаток?

Решение: Можно случайно вытянуть первые 10 чёрных перчаток с левой (или с правой) руки, а потом ещё 5 синих перчаток с одной руки, так что никакие из этих 15-ти перчаток могут не образовать пары. Но уже 16-я перчатка будет в пару с одной из 15-ти первых.

Ответ: Не более шестнадцати.

▷ **5.** Из 27-ми монет одна фальшивая - она легче остальных. Как за три взвешивания на чашечных весах без гирь можно определить фальшивую монету?

Решение: За одно взвешивание определяется, в какой из трёх одинаковых кучек монет находится фальшивая.
Первое взвешивание - 9, 9, 9
Второе взвешивание - 3, 3, 3
Третье взвешивание - 1, 1, 1

▷ **6.** Разность двух натуральных чисел равна 2023. Если у одного из них зачеркнуть последнюю цифру, то получится второе. Найдите эти числа.

Решение: Пусть x и y - эти числа.

$$x > y,\ x = 10A + B,\ y = A$$

$$x - y = 10A + B - A = 9A + B$$

$$9A + B = 2023 = 9 \cdot 224 + 7$$

$$A = 224, B = 7$$

$$x = 2247, y = 224$$

Ответ: $x = 2247, y = 224$.

▷ **7.** В некотором месяце три субботы пришлись на чётные числа. Какой день недели был 14 числа этого месяца?

Решение: Пусть А- первая из "чётных"суббот, В - вторая, С - третья. От одной субботы месяца до другой может быть 7, 14, 21 или 28 дней. Однако число дней от одного чётного числа месяца до другого его чётного числа должно быть чётным. Поэтому от А до В должно быть 14 дней, а от А до С - 28 дней, но тогда суббота А может приходится на 2-е число: даже если А - 4-е, то В - 18-е, а С - 32-е, чего не бывает. Итак, А - 2-е число, В - 16-е число, С - 30-е число, а 14-е число четверг.

Ответ: Четверг.

▷ **8.** Записаны 4 числа: 2, 0, 2, 3. За один ход разрешается прибавить (+1) или отнять (-1) к любым двум из этих чисел. Какое наименьшее число ходов надо сделать, чтобы получить четыре одинаковых числа?

Решение: Возможны ходы (+1, -1) (-1,+1) (-1, -1) (+1, +1). Каждый ход изменяет сумму исходных чисел на (2, 0, -2), т.е. не изменяет чётность суммы (7). Четыре одинаковых числа имеют чётную сумму. Не существует стратегий, изменяющих чётность суммы полученных чисел.

Ответ: Такое невозможно.

▷ **9.** В трёх кучках 22, 14 и 12 орехов. Требуется уровнять число орехов во всех этих кучках, причём можно перекладывать из одной кучки в другую столько орехов, сколько в ней уже имеется (удваивать число орехов в кучке). Как это сделать?

Решение: В результате распределение орехов должно быть таким: 16, 16, 16.
Поэтому предпоследнее распределение должно быть таким: 16, 24, 8.
Перед этим распределение орехов может быть разнообразным. Но нас должно заинтересовать такое, в котором есть хоть одна кучка с 22 или с 14 или с 12 орехами.
Это может выглядеть так: 12, 20, 16 или 12, 8, 4.

Если не трогать кучку в 12 орехов, то перед этим возможны такие распределения: 12, 10, 26 или 12, 28, 8 или 12, 4, 8 или 12, 2, 10.
Второе распределение можно получить из первоначального.
Ответ: Возможен следующий путь решения: 22, 14, 12 ; 8, 28, 12 ; 16, 20, 12 ; 16, 8, 24 ; 16, 16, 16.

▷ **10.** В ящике 35 шариков. Каждый из двух играющих по очереди вынимает из ящика от 1-го до 5-ти шариков. Выигрывает взявший последний шарик. Кто выиграет при правильной игре, начинающий или второй игрок?

Решение: Выигрывает тот, кто возмёт 35-й шарик, следовательно тот, кто возьмет 29-й шарик, 23-й, 17-й, 11-й, 5-й шарик.
Выигрывает начинающий, если он возмёт пять шариков и затем будет дополнять до 6-ти число шариков взятых партнёром.